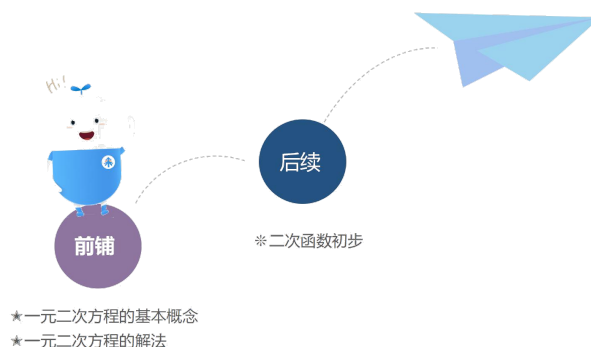
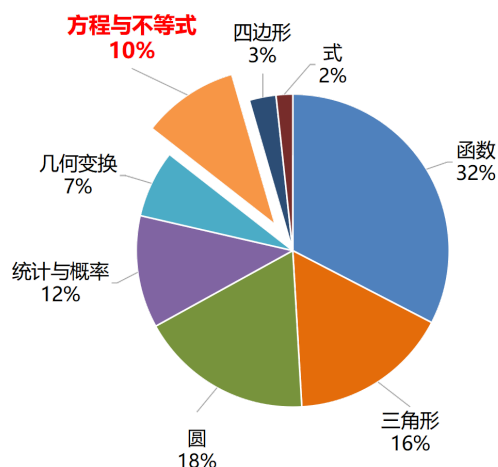


第1讲 一元二次方程的概念及解法

一元二次方程属于人教版第二十一章的内容，这部分的易错点为解一元二次方程及一元二次方程的实际应用，难点为根与判别式的关系。故这部分我们分为《一元二次方程》、《一元二次方程进阶》两个模块。本模块为《一元二次方程》，旨在帮助学生熟练掌握一元二次方程。

本模块难度适中，适用于一元二次方程的短期突破，本模块分为一元二次方程的概念及解法、一元二次方程的判别式和根式关系、一元二次方程的实际应用3讲内容，帮助学生熟悉一元二次方程部分常见题型，学会利用一元二次方程解决实际问题。

知己知彼



一、一元二次方程的基本概念

一元二次方程的概念

一元二次方程

一元二次方程概念：只含有_____，并且未知数的最高次数是_____的_____方程，叫做一元二次方程。

一元二次方程的一般式：_____，_____为二次项系数；_____为一次项系数，_____为常数项。

例题1

1. 方程 $2x^2 - 6x - 1 = 0$ 的二次项系数为 _____，一次项系数为 _____，常数项为 _____。
2. 若关于 x 的方程 $(m+1)x^2 + 4mx - 4 = 0$ 是一个一元二次方程，则 m 的取值范围是 _____，在这个方程中，二次项系数是 _____，一次项系数是 _____，常数项是 _____。

练习1

3. $3y(y+1) = 7(y+2) - 5$ 化成一般形式为 _____，其中二次项系数是 _____，一次项系数是 _____，常数项是 _____。
4. 若方程 $(m-1)x^{|m|+1} - 2x = 3$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 的值为 _____。

一元二次方程的根

一元二次方程的根

使方程左、右两边相等的未知数的值就是这个一元二次方程的_____，也叫做一元二次方程的_____。

将此数代入这个一元二次方程的左、右两边，看是否相等。
若相等，_____；若不相等，就_____。

例题2

5. 已知关于 x 的方程 $x^2 + ax - 6 = 0$ 的一个根是2，则 a 的值是（ ）。

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 + 3x + m^2 - 4 = 0$ 有一个解是0, 求 m 的值.

练习2

7. 若关于 x 的一元二次方程为 $ax^2 + bx + 5 = 0 (a \neq 0)$ 的解是 $x = 1$, 则 $2013 - a - b$ 的值是 ().

A. 2018

B. 2008

C. 2014

D. 2012

8. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2 - 3x + 2a - 1 = 0$ 有一个根为 $x = 1$, 则 a 的值为 ().

A. 0

B. ± 1

C. 1

D. -1

二、一元二次方程的解法

直接开方法

例题3

9. 求 x 的值: $(x-15)^2 = 169$.

10. 解方程: $(x-m)^2 = n$ (n 为正数).

11. 解方程: $(2x+1)^2 = (x-1)^2$.

练习3

12. 解方程: $\frac{1}{4}(x+1)^2 = 25$.

13. 解方程： $(x-2)^2 = (2x+3)^2$.

14. 解方程： $(3x+2)^2 = 4(x-1)^2$.

配方法

例题4

15. 若方程 $x^2 + 12x + m^2 = 0$ 的左边可以写成一个完全平方式，则 $m =$ _____ .

16. 填空： $x^2 + 8x +$ _____ $= (x +$ _____ $)^2$.

17. 用配方法解关于 x 的方程 $x^2 + 2x + q = 0$ (q 为已知常数) .

18. 配方： $x^2 - \frac{3}{2}x +$ _____ $= (x -$ _____ $)^2$.

19. 解方程： $2y^2 - 5y + 3 = 0$.

练习4

20. 配方法解方程 .

(1) $x^2 + 4x - 6 = 0$.

(2) $x^2 - 2x = 8$.

21. 解方程： $-4x = -3x^2 + 2$.

22. 若方程 $9x^2 - (k + 2)x + 4 = 0$ 的左边可以写成一个完全平方式，则 k 值为（ ） .

A. 10

B. 10或14

C. -10或14

D. 10或-14

23. 完成下列配方 .

(1) $2x^2 + 4x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(2) $2x^2 + 12x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(3) $3x^2 + 7x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(4) $3x^2 + 11x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(5) $-x^2 + 9x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(6) $-x^2 - 5x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(7) $-2x^2 - 13x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(8) $-3x^2 - 15x + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

(9) 通过这道题，你得到的结论是：

① $ax^2 + bx + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

② $-ax^2 + bx + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})^2$.

24. 用配方法解一般的一元二次方程： $ax^2 + bx + c = 0$ (a 、 b 、 c 为常数且 $a \neq 0$)

例题5

25. 小明同学用配方法推导关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的求根公式时，对于 $b^2 - 4ac > 0$ 的情况，他是这样做的：

由于 $a \neq 0$ ，方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 变形为：

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \quad \text{第一步}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \text{第二步}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{第三步}$$

$$\because b^2 - 4ac > 0$$

$$\therefore x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{第四步}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{第五步}$$

小明的解法从第 _____ 步开始出现错误；这一步的运算依据应是 _____ 。

26. 一元二次方程 $5x^2 - 7x = -2$ 。

化为标准式：_____。

对应的 $a =$ _____ , $b =$ _____ , $c =$ _____ 。

计算 $\Delta =$ _____ , Δ 的正负性： Δ _____ 0 。

代入公式求解： $x_1 =$ _____ , $x_2 =$ _____ 。

27. 公式法解方程：

(1) $x^2 - \frac{1}{4} = 2x$ 。

(2) $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 。

(3) $2x - 1 = -2x^2$ 。

练习5

28. 解方程： $2x^2 - 3x - 1 = 0$.

29. 用公式法解下列方程

(1) $x^2 - 2x - 1 = 0$.

(2) $2x^2 - 3x - 1 = 0$.

(3) $4x^2 - 2x = 1$.

(4) $\frac{1}{2}x^2 + x - 1 = 0$.

因式分解法

解一元二次方程时，先_____，使方程化为_____的形式，再使这两个一次式分别_____，从而_____，这种解一元二次方程的方法叫做_____.

例题6

30. 选择适当方法解方程： $3(x - 1)(3x + 1) = (x - 1)(2x + 5)$.

31. 解方程： $x^2 - 10x + 25 = 0$.

32. 用因式分解法解方程： $4(x - 2)^2 - 9(x + 1)^2 = 0$

练习6

33. 解方程： $x(x + 3) - (2x + 6) = 0$.

34. 用因式分解法解方程： $(x - 1)^2 + 1 = 2(x - 1)$

35. 解方程： $(5x - 3)^2 = (x + 1)^2$.

例题7

36. 由多项式乘法： $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ，将该式从右到左使用，即可得到“十字相乘法”进行因式分解的公式： $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$.

示例：分解因式： $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2 + 3)x + 2 \times 3 = (x + 2)(x + 3)$.

(1) 分解因式： $x^2 + 6x + 8 = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$.

(2) 应用：请用上述方法解方程： $x^2 - 3x - 4 = 0$.

37. 解方程：

(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$.

(2) $2x^2 + 3x - 1 = 0$.

练习7

38. 用十字相乘法解方程：

(1) $x^2 + 7x - 8 = 0$.

(2) $3a^2 - 7a - 6 = 0$.

(3) $3x^2 - 8x - 3 = 0$.

(4) $5x^2 + 12x - 9 = 0$.

 我学会了什么